Panorama des opérateurs de type Kreiss

Loris Arnold

Vendredi 13 février 2026

Soit $T \in B(X)$ un opérateur à puissances bornées, c'est-à-dire qu'il existe $C > 0$ tel que

$$\|T^n\| \leq C, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Alors, on peut obtenir que la résolvante $R(T, \lambda) := (\lambda I - T)^{-1}$ vérifie qu'il existe $C > 0$ tel que

$$\|R^n(T, \lambda)\| \leq \frac{C}{(|\lambda| - 1)^n}, \quad n \in \mathbb{N},\ |\lambda| > 1.$$

Un opérateur tel que $\sigma(T) \subset \overline{\mathbb{D}}$ et vérifiant l'estimation qui précède sera appelé un opérateur fortement Kreiss borné. En dimension finie, un opérateur est à puissances bornées si et seulement s'il est (fortement) Kreiss borné mais ceci s'avère être faux en dimension infinie. Il s'avère qu'en général, un opérateur fortement Kreiss borné vérifie

$$\|T^n\| = O(n^{1/2}), \quad n \to \infty.$$

Le but de cet exposé est de discuter l'optimalité de cette estimation, notamment sur des espaces L^p. On en profitera également pour proposer un tour d'horizon des opérateurs de type Kreiss et dresser un état de la littérature les concernant.