



Ecole Graduée 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2023

Titre : Géométrie des champs aléatoires: propagation d'information entre niveaux d'excursion

Directeur de thèse : Duval Céline

E-mail : celine.duval@univ-lille.fr

Co-directeur de thèse : Di Bernardino Elena

E-mail : Elena.Di_bernardino@unice.fr

Laboratoire : Painlevé

Equipe : Probabilités et statistique

Descriptif :

Soit X un champs aléatoire d -dimensionnel de régularité C^2 que l'on observe via ses ensembles d'excursion:

$$E_X^T(u) := \{t \in T : X(t) \geq u\} = T \cap E_X(u), \quad \text{où } E_X(u) := X^{-1}([u, +\infty)).$$

Les mesures géométriques que sont les courbures de Lipschitz-Killing $\sigma_\ell(X, u, T)$, $0 \leq \ell \leq d$, de ces ensembles apportent de l'information sur le champs. Ceci explique l'intérêt suscité par ces quantités dans de nombreux domaines comme l'imagerie médicale (voir [Adler and Taylor \(2011\)](#)). En pratique, l'observation complète $E_X^T(u)$ est rarement disponible, on accède plutôt à des observations en des points discrets de l'espace. Des travaux ont permis de réconcilier les mesures théoriques $\sigma_\ell(X, u, T)$ et leurs estimations $\hat{\sigma}_\ell(X, u, T)$ à partir d'un domaine discrétisé T (voir [Biermé and Desolneux \(2021\)](#), [Cotsakis et al. \(2022a\)](#) ou [Cotsakis et al. \(2022b\)](#)).

L'objet de la thèse sera de formaliser et d'étudier la *propagation de l'information* entre différents niveaux d'observation et entre différentes courbures. Les questions suivantes seront abordées sous cet angle. L'étude de la robustesse des estimateurs $\hat{\sigma}_\ell$, $0 \leq \ell \leq d$, à une perturbation du niveau u . Plus généralement, peut-on étudier la distribution de $\mathbb{E}[\hat{\sigma}_\ell(X, v, T) | \hat{\sigma}_\ell(X, u, T)]$ où $u \neq v$, pour $0 \leq \ell \leq d$? Extraire de l'information croisée contenue dans ces courbures : connaître à un niveau donné u , $\sigma_\ell(X, u, T)$, $0 \leq \ell \leq d$, permet-il de prédire $\sigma_{\ell'}(X, u, T)$, pour $\ell \neq \ell'$? Plus généralement, peut-on étudier la distribution de $\mathbb{E}[\hat{\sigma}_\ell(X, u, T) | \hat{\sigma}_{\ell'}(X, v, T)]$, où $u \neq v$ et $\ell \neq \ell'$.

L'objectif de cette thèse est aussi de mettre en œuvre les résultats théoriques obtenus dans des applications d'imagerie médicales, scanner et images radiologiques. Plus précisément, le projet vise à développer des procédures de détection de calcification ectopique dans les tomodensitogrammes (avec ou sans contraste) et d'en étudier la dynamique. Des collaborations avec le Centre de Radiologie du CHU de Nice seront développées dans ce sens.



Université Lille Nord de France
Pôle de Recherche
et d'Enseignement Supérieur

Références :

Adler, R. J. and Taylor, J. E. (2011). Topological complexity of smooth random functions, volume 2019 of Lecture Notes in Mathematics. Springer, Heidelberg. Lectures from the 39th Probability Summer School held in Saint-Flour, 2009.

Biermé, H. and Desolneux, A. (2021). The effect of discretization on the mean geometry of a 2D random field. *Annales Henri Lebesgue*, 4:1295–1345.

Cotsakis, R., Di Bernardino, E., and Duval, C. (2022a). Surface area and volume of excursion sets observed on point cloud based polytopic tessellations. Preprint hal-03782649.

Cotsakis, R., Di Bernardino, E., and Opitz, T. (2022b). On the perimeter estimation of pixelated excursion sets of 2D anisotropic random fields. Preprint hal-03582844v2.