



Ecole Graduée 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2023

Titre : Groupes quantiques gradués et théories des champs homotopiques

Directeur de thèse : VIRELIZIER Alexis

E-mail : alexis.virelizier@univ-lille.fr

Co-directeur de thèse : ZHANG Huafeng

E-mail : huafeng.zhang@univ-lille.fr

Laboratoire : Laboratoire Paul Painlevé (UMR 8524)

Equipe : Géométrie et Topologie

Descriptif :

Le domaine de ce projet de thèse en mathématique est la topologie quantique. Ce domaine est né dans les années 1980 suite aux découvertes remarquables de Jones, Drinfeld et Witten dont les travaux (reconnus par l'attribution de la médaille Fields à chacun d'entre eux en 1990) ont renouvelé de manière spectaculaire la topologie, notamment en petite dimension. Ce projet de thèse s'inscrit dans ce renouveau.

Une des notions fondamentales de la topologie quantique est celle de théorie des champs quantique topologique (TQFT) formulée par Witten. Elle a pour origine des idées de la physique quantique et forme un cadre qui organise certains invariants topologiques des variétés, appelés invariants quantiques, définis au moyen des groupes quantiques. Les théories quantiques des champs homotopiques (HQFTs) sont une généralisation des TQFTs. L'idée est d'utiliser les techniques des TQFTs pour étudier les fibrés principaux sur les variétés et, plus généralement, les classes d'homotopie d'applications de variétés vers un espace but X .

Des HQFTs chirurgicales de dimension 3 ont récemment été construites lorsque l'espace but X est asphérique (i.e., les n -ièmes groupes d'homotopie de X sont triviaux pour $n > 1$). Le propos de la thèse consistera à généraliser (tant du point de vue topologique qu'algébrique) ces constructions au cas où l'espace but X n'est plus asphérique. On étudiera principalement le cas où X est un 2-type (i.e., les n -ièmes groupes d'homotopie de X sont triviaux pour $n > 2$). Dans ce cas, les structures algébriques utiles pour la construction de telles HQFTs devraient être les catégories monoïdales graduées par un module croisé et munies d'un tressage gradué. De tels tressages devraient être reliés à des équations de Yang-Baxter dynamiques quantiques gouvernées par le module croisé. La partie algébrique de la thèse consistera notamment à la construction de solutions de ces équations au moyen des groupes quantiques et de leurs généralisations graduées.