Ecole Graduée 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2026

Titre : Sous-groupes algébriques de $\Bir(\P^3)$ sur un corps parfait

Directeur de thèse : Ronan Terpereau (Paul Painlevé, Université de Lille)
E-mail : ronan.terpereau@univ-lille.fr

Co-directeur de thèse : Susanna Zimmermann (Departement Mathematik und Informatik, Universität Basel)
E-mail : susanna.zimmermann@unibas.ch

Laboratoire : Paul Painlevé, Université de Lille

Equipe : AGA

Descriptif :

Lorsqu'un groupe algébrique G agit régulièrement sur une variété algébrique X, on obtient un homomorphisme $G \to \Aut(X)$. Plus généralement, lorsque G agit rationnellement sur X, on obtient un homomorphisme $G \to \Bir(X)$, où $\Bir(X)$ est le groupe des transformations birationnelles de X. Dans tous les cas, l'image d'un tel homomorphisme est appelée *sous-groupe algébrique* de $\Bir(X)$. Etudier et classifier les sous-groupes algébriques de $\Bir(X)$, de préférence lorsque ce dernier n'est pas lui-même un groupe algébrique, est une idée assez naturelle pour mieux comprendre le groupe $\Bir(X)$. Le cas où $\Bir(X)$ est ``le plus gros'' est lorsque X est une variété rationnelle, auquel cas $\Bir(X)$ est isomorphe au groupe de Cremona classique $\Bir(\P^{n})$ avec $n=\dim(X)$.

Lorsque $n=2$ et que le corps de base k est algébriquement clos, la classification des sous-groupes algébriques connexes maximaux de $\Bir(\P^2)$, initiée par Enriques dans les années 1890, correspond à la classification des surfaces projectives rationnelles lisses minimales. La classification des sous-groupes algébriques maximaux infinis de $\Bir(\P_\R^2)$ et de leurs sous-groupes de points rationnels, à conjugaison près par une application birationnelle, a été réalisée par Robayo et Zimmermann. Cette classification a ensuite été complétée et étendue par Schneider et Zimmermann au cas d'un corps de base parfait arbitraire.

Lorsque $n=3$ et $k=\C$, une classification des sous-groupes algébriques connexes maximaux de $\Bir(\P^3)$ a été initiée par Enriques et Fano à la fin des années 1890 et achevée par Umemura dans une série de quatre articles. Plus récemment, Blanc-Fanelli-Terpereau ont donné une nouvelle preuve de la classification des sous-groupes algébriques connexes maximaux de $\Bir(\P^3)$, valide sur n'importe quel corps k algébriquement clos et de caractéristique zéro. Leur approche n'a pas recours au long travail d'Umemura ni à aucune méthode analytique et se base à la place sur le programme du modèle minimal pour obtenir simultanément les sous-groupes algébriques connexes maximaux de $\Bir(\P^3)$ et les fibrations de Mori sur lesquelles ils agissent.

Le principal but de ce projet de thèse sera de chercher à étendre la classification des sous-groupes algébriques connexes maximaux de $\Bir(\P^3)$ au cas où le corps de base est un corps parfait arbitraire (que l'on pourra éventuellement supposer de caractéristique zéro dans un premier temps).