

Ecole Doctorale 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2024

**Titre: Le problème de Levi dans les surfaces complexes compactes**

Directeur de thèse : IVASHKOVYCH Serge

E-mail : serge.ivashkovych@univ-lille.fr

Co-directeur de thèse : E-mail :

Laboratoire : Paul Painlevé

Equipe : Analyse

**Descriptif:**

**1°. Résumé du sujet de thèse.** On va viser d'écrire les domaines localement pseudoconvexes au-dessus des surfaces complexes compactes, c.à d. variétés complexes compactes de dimension complexe deux. En particulier on va étudier le cas des domaines au-dessus des surfaces de Hirzebruch.

**2°. L'état du sujet dans le laboratoire d'accueil.** La recherche sera portée dans le domaine d'analyse et géométrie complexe qui est l'une de direction de recherche de notre laboratoire. Le directeur de thèse durant ces études des hypersurfaces Levi plats dans les surfaces complexes a trouvé certains idées et liens entre ces objets et le problème de Levi. On compte de développer ce sujet dans la thèse en question.

**3°. Les objectifs visés, les résultats escomptés.** Une des méthodes pour étudier la convexité holomorphe d'un domaine d'une variété complexe consiste à étudier la pseudo-convexité de ce domaine au voisinage de sa frontière. Le problème de Levi illustre cette démarche. On sait que si notre domaine est localement pseudo-convexe dans une variété de Stein alors il est un domaine de Stein lui même (théorème de Docquier-Grauert). De même si un domaine d'espace projectif est localement pseudo-convexe et différent d'espace totale il est de Stein. Notre but était d'étudier les domaines localement-pseudo-convexes dans surfaces compactes complexes, notamment dans surfaces de Hirzebruch. Nous comptons aussi passer aux dimensions supérieures.

En plus nous comptons d'étudier la pseudo-convexité locale des Poincaré domaines des feuilletages holomorphes.

**4°. Le programme de travail avec les livrables et l'échéancier prévisionnel.**

- La première année sera consacrée à l'étude de la littérature:

a) Chabat B.: "Introduction à l'analyse complexe", tome 2., Mir Moscou.

b) Barth W., Peters C., Van de Ven A.: "Compact Complex Surfaces" Springer.

c) Peternel T.: "Pseudoconvexity, the Levi problem and vanishing theorems.(Russian) Complex analysis. Several variables, 7, 285-329, Moscow (1996).

- La deuxième année sera consacré à la recherche cible sur notre problème. Les articles concernées sont:

1) Elencwajg G.: "Pseudo-convexité locale dans les variétés Kahlériennes. Ann. Inst. Fourier v. 25, 295-314 (1975).

2) Ivashkovich S.: "Limiting behavior of trajectories of complex polynomial vector fields" Preprint.