



Ecole Graduée 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2023

Titre : Estimation adaptative et anisotrope de la densité de transition pour des trajectoires indépendantes de diffusions.

Directeur de thèse : Duval Céline

E-mail : duval.celine@univ-lille.fr

Co-directeur de thèse : Comte Fabienne

E-mail : fabienne.comte@u-paris.fr

Laboratoire : Painlevé

Equipe : Probabilités et Statistique

Descriptif :

Le projet de thèse relève du domaine "Statistique des processus". L'objectif est de construire des estimateurs non paramétriques de la densité de transition dans un modèle de diffusion inhomogène multidimensionnel

$$dX(t) = b(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))dW(t), \quad X(0) = x_0,$$

où $x_0 \in \mathbb{R}^d$ est connu, W est un mouvement brownien standard d -dimensionnel, et la fonction de dérive, $b : [0, T] \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ est inconnue. La fonction $\sigma : [0, T] \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{d \times d}$ est supposée connue dans un premier temps. Les observations sont des répétitions indépendantes et continues pour $t \in [0, T]$ de processus solutions de l'équation $X_i(t)$, $i = 1, \dots, n$. L'horizon T est fixé. Le contexte de n trajectoires observées a été récemment considéré dans la littérature dans Comte and Genon-Catalot (2020) et dans Della Maestra and Hoffmann (2021). De nombreux contextes d'application, en particulier celui des systèmes de particules en interaction, illustrent la pertinence du modèle considéré. L'influence de la discrétisation des observations est également fréquemment étudiée, cf par exemple Denis et al. (2019). La densité de transition $\pi_t(x, y)$, $x, y \in \mathbb{R}^d$, $t \in [0, T]$, est une quantité clef pour connaître la dynamique des solutions des équations, dont l'étude n'a pas encore été proposée. L'objet de cette thèse sera de proposer et d'étudier des estimateurs non paramétriques de cette fonction, dans différents contextes d'observation, comme fonction d'espace à t fixé, ou comme fonction de l'espace et du temps.

Références :

- [1] Comte, F. and Genon-Catalot, V. Nonparametric drift estimation for i.i.d. paths of stochastic differential equations. The Annals of Statistics, 48, 6, 3336-3365, 2020.
- [2] Denis, C., Dion, C. and Martinez, M. Consistent procedures for multiclass classification of discrete diffusion paths. Scandinavian Journal of Statistics, to appear.
- [3] Della Maestra, L. and Hoffmann, M. Nonparametric estimation for interacting particle systems: McKean-Vlasov models. Probab. Theory Relat. Fields, 2021.