



Université Lille Nord de France
Pôle de Recherche
et d'Enseignement Supérieur

Ecole Graduée 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2023

Titre : Temps de transience et comportement macroscopique du processus d'exclusion facilitée

Directeur de thèse : David Dereudre

E-mail : david.dereudre@univ-lille.fr

Co-directeur de thèse : Cristina Toninelli

E-mail : cristina.toninelli@gmail.com

Co-encadrant de thèse : Clément Erignoux

E-mail : clement.erignoux@inria.fr

Laboratoire : LPP

Equipe : Probas-stats (LPP) et Paradyse (INRIA)

Descriptif :

Le Processus d'Exclusion Facilitée (FEP) est un modèle jouet pour la transition liquide solide, ayant un comportement riche et des particularités mathématiques qui le rendent extrêmement intéressant. Il s'agit d'un processus d'exclusion sur $A = \{1, \dots, N\}$, par exemple, c'est-à-dire que chaque site de A est occupé par au plus une particule. Étant donnée une configuration initiale, chaque particule du système saute symétriquement, à taux 1, sur un voisin inoccupé. Les particules sont soumises toutefois à une contrainte cinétique, c'est-à-dire qu'une particule ne peut sur un site voisin que si son autre site voisin est lui aussi occupé par une particule.

A cause de cette contrainte cinétique, à basse densité ($< 1/2$) le système gèle rapidement, pour atteindre une configuration où aucune particule ne peut sauter. A haute densité ($> 1/2$), le système atteint sa composante ergodique, où il adopte un comportement grossièrement diffusif, analogue au SSEP, le modèle sans contrainte cinétique. Dans des travaux précédents, nous avons caractérisé le comportement macroscopique du FEP dans des cas variés. Beaucoup de questions restent toutefois ouvertes sur le FEP. Une question importante est celle de l'estimation du temps de transience, c'est-à-dire le temps nécessaire pour le FEP pour atteindre sa composante ergodique. Ce temps de transience est crucial pour comprendre le temps de mélange du FEP, qui caractérise finement sa relaxation à l'équilibre. Des arguments heuristiques simples permettent de supposer que le FEP doit atteindre sa composante ergodique sur des échelles de temps de l'ordre de $N^2 \log N$. Montrer cette conjecture, toutefois, requiert de surmonter des difficultés techniques importantes.

Une autre question importante concerne les fluctuations du SSEP autour de sa moyenne : à cause de la contrainte cinétique, le FEP se comporte macroscopiquement comme un problème de Stefan, où la phase gelée disparaît à mesure qu'elle est envahie par la phase diffusive. Le modèle microscopique fluctue autour de ce comportement moyen, et il serait très intéressant de quantifier à la fois son régime



Université Lille Nord de France
Pôle de Recherche
et d'Enseignement Supérieur

de fluctuations macroscopiques (théorème central limite) ainsi que ses grandes déviations.
fluctuations macroscopiques (théorème central limite) ainsi que ses grandes déviations.