

Ecole Graduée 631 MADIS

Sujet de thèse en Mathématique proposé en 2025

Titre : Autour de l'image numérique d'un opérateur
Directeur de thèse : Chafiq BENHIDA
E-mail : chafiq.benhida@univ-lille.fr
Co-directeur de thèse : Catalin BADEA
E-mail : catalin.badea@univ-lille.fr
Laboratoire : Paul Painlevé
Equipe : Analyse

Descriptif :

Ce projet de thèse s'inscrit dans le domaine des mathématiques fondamentales, plus précisément en analyse fonctionnelle et en théorie des opérateurs. Voici une présentation succincte du cadre de recherche.

Le produit scalaire d'un espace de Hilbert associe à chaque opérateur linéaire borné défini sur cet espace une forme quadratique continue à valeurs complexes. Grâce à l'identité de polarisation, cette forme quadratique détermine de manière unique l'opérateur. L'image numérique de l'opérateur correspond à l'image de la surface de la boule unité de l'espace de Hilbert sous cette forme quadratique.

Cet ensemble de nombres complexes contient les valeurs propres de l'opérateur (s'il en existe) et son adhérence inclut le spectre de l'opérateur. Un résultat fondamental, établi il y a un siècle par Toeplitz et Hausdorff, montre que l'image numérique est toujours convexe. Ce théorème remarquable a donné lieu à une abondante littérature visant à établir des liens entre les propriétés des matrices et des opérateurs et la géométrie de leurs images numériques.

L'objectif de cette thèse est de s'inscrire dans une de ces directions récentes, en explorant et approfondissant ces connexions.