

Calibrations pour un problème à discontinuités libres avec condition de Robin

Camille Labourie

Abstract

On présente un problème à discontinuité libre inspiré par l'énergie d'une configuration d'isolation thermique. Ce problème a été étudié par Caffarelli–Kriventsov et Bucur–Giacomini en relaxant la fonctionnelle dans SBV. Il consiste alors à minimiser

$$E(u) = \int |\nabla u|^2 d\mathcal{L}^n + \int_{J_u} (u^-)^2 + (u^+)^2 d\mathcal{H}^{n-1} + \mathcal{L}^n(\{u > 0\})$$

parmi les fonctions $u \in SBV(\mathbf{R}^n)$ telles que $u = 1$ sur un domaine fixé $\Omega \subset \mathbf{R}^n$.

Au contraire des fonctionnelles convexes, un compétiteur u qui satisfait les équations d'Euler-Lagrange n'est pas forcément un minimiseur global (ni même un minimiseur local). Dans [3], Alberti, Bouchitte et Dal Maso ont proposé une relaxation convexe pour les fonctionnelles à discontinuités libres. Le fait que u minimise la relaxation est caractérisé par l'existence d'un champ de vecteur particulier appelé *calibration*. En pratique, on ne sait pas si tous les minimiseurs de $E(u)$ admettent des calibrations et un tel champ de vecteur peut être difficile à construire.

Le but de l'exposé est de comprendre les calibrations pour notre problème et d'en construire pour démontrer différents critères de minimalité.

References

- [1] L. A. Caffarelli and D. Kriventsov A free boundary problem related to thermal insulation. *Comm. Partial Differential Equations* 41 (2016), no. 7, 1149-1182.
- [2] D. Bucur and A. Giacomini Shape optimization problems with Robin conditions on the free boundary. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire* 33 (2016), no. 6, 1539–1568.
- [3] G. Alberti; G. Bouchitte; G. Dal Maso The calibration method for the Mumford-Shah functional and free-discontinuity problems. *Calc. Var. Partial Differential Equations* 16 (2003), no. 3, 299-333.
- [4] C. Labourie, E. Milakis, The calibration method for the Thermal Insulation functional Submitted. Available <https://arxiv.org/abs/2106.04955>